

## On the interpretation of the smallest principal component in geology

### Zur Bedeutung der kleinsten Hauptkomponente in den Geowissenschaften

RICHARD A. REYMENT, Stockholm

**Key words:** Peron-Frobenius theorem, least principal component vector, mineral chemistry, ammonites, ostracods, foraminifers, crabs.

#### Abstract

The smallest latent root and associated vector of a  $k \times k$  positive definite square symmetric matrix is shown to have diagnostic value for finding an invariant linear combination if the smallest root is very small, almost zero, and much smaller than the  $k-1$ -th root. The matrix must be a covariance matrix and to derive from data that do not house significantly outlying observations. Examples are presented, drawn mostly from the field of palaeobiology of invertebrates. The approach used in identifying the role of a very small latent root and vector cannot be applied to correlation matrices nor to a covariance-equivalent matrix of compositional data for mathematical reasons.

#### Zusammenfassung

Der kleinste Eigenwert einer  $k \times k$  positiv definiten quadratischen Matrix – obgleich beinahe gleich Null – und dessen Eigenvektor, können von diagnostischem Wert sein, um eine invariante Relation zu identifizieren. Die Matrix muss unbedingt die Kovarianzmatrix sein. Die angeführten Fälle stellen sowohl „echte“ Beispiele von invarianten Verhältnissen bei kleinstem Eigenvektor als auch fragliche Modelle dar.

1. Mineralchemie: Die geothermische Eigenanalyse SAXENAS (1969) wird als Beispiel eines fehlerhaften Vorbildes angeführt.
2. Die Analyse der Morphologie der Ammonitengattung *Schloenbachia* (Kreide) stellt das Vorkommen eines unveränderlichen Verhältnisses bezüglich der Gehäuseform dar, und zwar hinsichtlich Windungsbreite und Breite der Ventralseite.
3. Die Ammonitengattung *Discoscaphites* (Kreide) und das Problem der Biometrie des Gehäuses ist ein Beispiel für die Bedeutung der Invariantentheorie in der Biologie der Mollusken. LANGMAN & WAAGE (1993) versuchten, eine Hauptkomponentenanalyse ihres Materials durchzuführen, ohne verstanden zu haben, dass man es mit den Eigenschaften der logarithmischen Spirale zu tun hatte – nämlich, dass die logarithmische Spirale ihre eigene reziproke Polare in Bezug auf jede gleichseitige Hyperbel hat, welche ihren Asymptotenpunkt als Mittelpunkt hat und auf der sie beruht. Infolgedessen ist eine Hauptkomponentenanalyse der Lateralseite des Ammonitengehäuses wertlos, bestenfalls nur wenig zielstrebig.
4. Die Ostracodenart *Veenia fawwarensis* (Kreide). Diese Analyse stellt ein mögliches Beispiel der Unveränderlichkeit bei gewissen Variablen der Skulptur des Gehäuses dar.
5. Die Foraminiferengattung *Afrobolivina* (Kreide und Paläozän). Zwei gute Beispiele von Unveränderlichkeit bei der Gestaltung des oberen Schalteiles (Foramen).
6. Die lebende Krabbe *Carcinus maenas*: Dieses Material (Bassin d'Arcachon, Frankreich) ist ein gutes Beispiel von Unveränderlichkeit bezüglich der Schalenbreite sowohl bei Männchen als auch bei Weibchen.